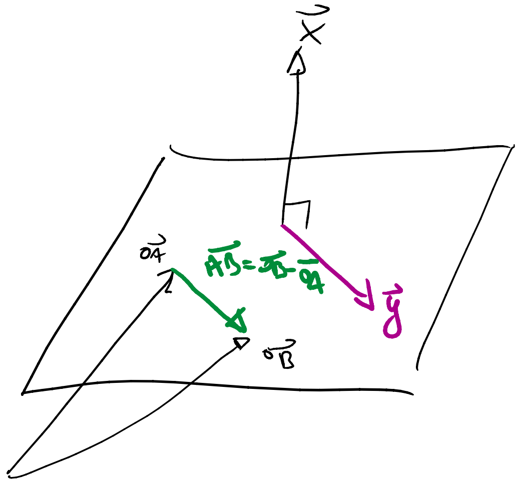
Cours du 03.05.2021 - Matin

lundi, 3 mai 2021 10:21

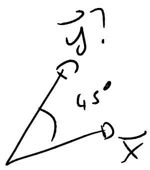
Corrigé examen :

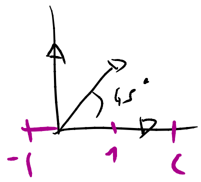
Ex1 :



$\vec{x} = \vec{AB} \wedge \vec{y}$

Ex 2A = 3B:





$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\cos(45) = \dfrac{\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle}{\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\|}$

$\|\vec{y}\| = \sqrt{5}$

$$\cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{y_1 + y_2}{\sqrt{2}\sqrt{y_1^2 + y_2^2}} \Rightarrow \frac{y_1 + y_2}{\|\vec{y}\|} = 1$$

p. ex. posons $\|\vec{y}\| = 1$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 1 \\ y_1^2 + y_2^2 = 1 \end{cases} \qquad \vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

⚠ !

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$\neq a^2 + b^2 \neq a^2 - b^2$$
$$\neq a + b^2$$

2D: $\underbrace{\vec{x} \perp \vec{y}}$ et $\vec{x} \perp \vec{z}$ alors $\vec{y} \,//\, \vec{z}$ ⚠ 2D

2D: direction = pente

$x_1 y_1 + x_2 y_2 = 0$ $\quad$ $x_1 z_1 + x_2 z_2 = 0$

$x_1 = -\frac{y_2}{y_1} x_2$

$$\underbrace{\left(-\frac{y_2}{y_1} z_1 + z_2\right)}_{=0} x_2 = 0$$

x_2 peut $\neq 0$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow \text{pente } \vec{y} = \text{pente de } \vec{z}$$

//

NOTE $= 1 + \frac{\#\text{pts}}{35}$ arrondi au 0,5

Chapitre 4 : Probabilités et Statistique

Probabilité	Statistique
Etude mathématique d'un évènement MODELE de la situation et analyse correspondante	Récolte des mesures et on essaye de RETROUVER le modèle mathématique (modèle de probabilité) qu'il y a derrière.

En théorie, lancer un dé équilibré donne une chance de 1/6 d'obtenir une valeur de 1 à 6…
PAS besoin de lancer le dé!!

On lance un dé 1000 fois, et on analyse les résultats : est-ce cohérent avec la théorie…

18 Noirs $\quad$ 18/37

18 Rouges $\quad$ 18/37

1 "vert" $\quad$ 1/37 ⇒ Casino gagne!

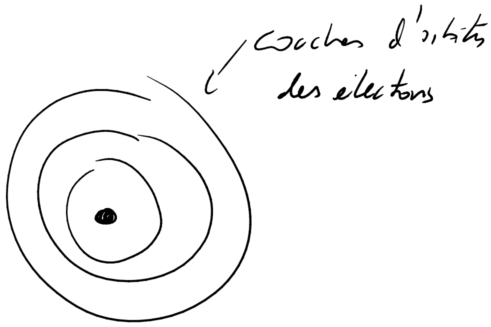
Loi des grands nombres? [illegible]

18 rouges 18/37

1 "vert" 19/37 $\Rightarrow$ Casino gagne!

Modèle de Bohr (structure de l'atome)

Probabilité!



Formalisation de la partie théorique des probabilités

Ω L'***univers*** - c'est l'ensemble de toutes les OBSERVATIONS POSSIBLES ***Ensemble réalisable***

Dé: $\Omega = \{1, 2, \cdots, 6\}$

$\omega \in \Omega$ Une ***réalisation*** dans l'ensemble réalisable

$\omega = 2$

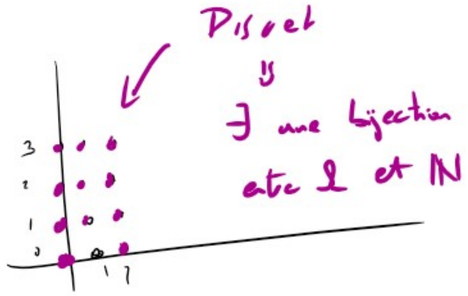
$\mathbb{P} : \Omega \longmapsto [0,1]$ La ***fonction de probabilités***

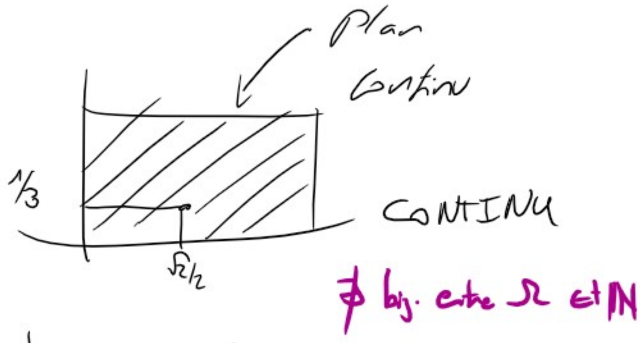
$P(\omega) = 0 \Rightarrow \omega$ ne peut PAS se réaliser!

$P(\omega) = 1 \Rightarrow$ c'est certain (100% de chances) que ω se réalisera!

Ω Peut être un peu n'importe quoi
- ensemble FINI (dés)
- Infini (dénombrable - on peut leur donner des "dossards" uniques) p. ex $\mathbb{N}$
- Infini (non-dénombrable) $\mathbb{R}$

Deux mondes distincts : les ensembles ***DISCRETS*** (dénombrables) ET les ensembles ***CONTINUS*** (non-dénombrables).





Plan "discret" : $\{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{N}\}$

$\{(0,0),(0,1),(1,0)\dots\}$

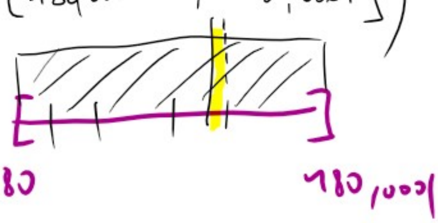
Probabilités discrètes
- Nbr de grains de riz dans 1 kg
- Lancé de dé
- Tirage du loto (6 boules parmi 42)
- Nombre de fois qu'on peut allumer une ampoule

Probabilités continues
- Position de l'électron dans l'atome
- Taille d'une personne
- Durée de vie d'une ampoule

Fait surprenant : dans un univers continu, une réalisation précise a toujours 0% de chances d'arriver !

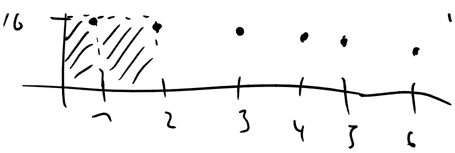
Si Ω est CONTINU, $\mathbb{P}(\omega) = 0$!

$P(\text{taille} \in [180{,}0000\,m, 180{,}0001]) \simeq 1\cdot 10^{-6}$

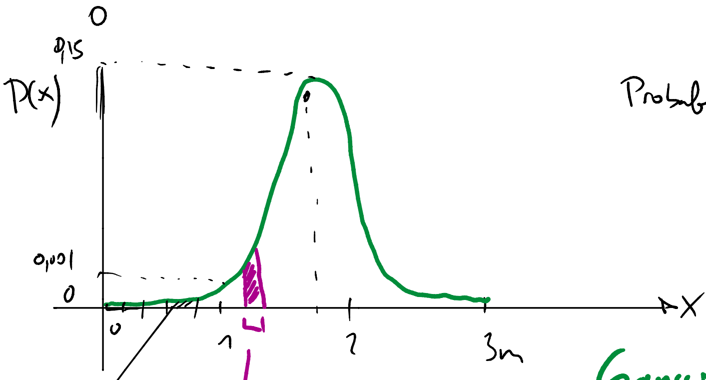


$P(\text{lancé de dé})$

1 (lancé de dé)



Probabilité (continue) qu'un adulte ait une taille de X



Probabilité de mesurer X m

$P(X \in [1{,}10 ; 1{,}20])$

Gaussienne / Normale

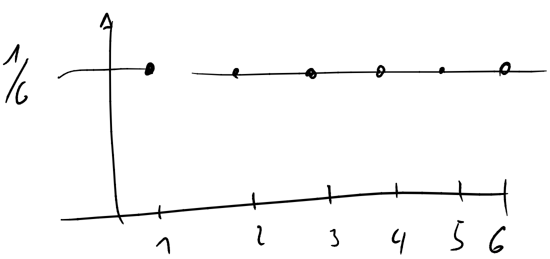
" Cloche "

Symétrique autour de la moyenne

$$\sum (\,\cdot\,) = 1 \,!$$

$$\int_{\Omega} \mathbb{P}(\omega) = 1 \Rightarrow \text{l'aire sous la courbe} = 1 \,!$$

Dés: $P(\omega) = \frac{1}{6}$ $\quad \omega = \{1,2,3,4,5,6\}$



Discret $\mathbb{P}(\Omega) = \sum_{\omega \in \Omega} \mathbb{P}(\omega) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \dots \frac{1}{6} = 1$!

$\Downarrow$

Continu $\mathbb{P}(\Omega) = 1 = \int_{\omega \in \Omega} \mathbb{P}(\omega)$

fonction de Distribution de la probabilité sur l'univers Ω.